IX.

Noch etwas in Beziehung auf die Theorie der Parallellinien,

von

BLUM, gräfl. Regierungsrath zu Wernigerode.

In Ihren allgemein geſchätzten Annalen der Phyſik 54. B. 3. St. S. 315. las ich kürzlich einen Auszug aus einem Schreiben des Hrn. Prof. Hoffmann zu Aſchaffenburg, in Bezug auf einen frühern Aufſatz über die Parallelentheorie, und darin folgende Stelle: „Der Verf. will zunächſt beweiſen, daſs die Winkelſumme jedes Dreiecks zwei rechte betrage. Wer dieſes, ohne die Folgeſätze aus der Parallelentheorie als Hülfsſätze zu gebrauchen, gründlich darthut, hat allerdings den ſchwer zu erringenden Lorbeer erkämpft.“ Dieſes erinnerte mich wieder daran, daſs ich vor einigen Jahren aus Liebhaberei an geometriſchen Sätzen *jenes* mir auf dieſe Art bewieſen und das Notat aufbewahrt hatte. Ich fand das Notat wieder, hatte noch dieſelbe Anſicht, und hier erhalten Sie daſſelbe noch etwas vereinfachter, da ich glaube, daſs es zu einem gelegentlichen kleinen Platz in Ihren Annalen geeignet ſey.

* *

Die Gleichheit der Summe der drei Winkel im Dreieck mit zwei Rechten, oder mit 180°, wird blos aus der Lehre von congruirenden Dreiecken, unabhängig von der Parallelentheorie folgendermaſsen erwieſen.

1. Satz. Im rechtwinkl. gleichſchenkl. Dreieck ſind die Winkel zuſammen zweien Rechten oder 180° gleich.

Beweis. Es ſey das rechtwinkl. gleichſchenkl. Dreieck *abc* Taf. III. Fig. 2. gegeben. Man errichte auf *ab* in *b* und auf *ac* in *c* die Perpendikel *bd* und *cd* von gleicher Länge mit *ab*

$= ac$, und ziehe da, welche, wie aus der Lehre von congruirenden Dreiecken erhellet, den beiden rechtwinkl. gleichſchenkl. Dreiecken $abd = acd = bac$ gemeinſchaftlich iſt. Nun ſind in dieſen rechtwinkl. gleichſchenkl. Dreiecken die Winkel bda, bad, abc, acb, cad, adc etc. alle einander gleich, und da unter andern die $bad = dac$ zuſammen den Rechten bac ausmachen, ſo iſt jeder dieſer Winkel $= \frac{1}{2}$ R. $= 45°$. Mithin iſt die Summe der Winkel im rechtwinkl. gleichſchenkl Dreieck $abc = 45° + 90° + 45° = 180° =$ W. abc + W. bac + W. acb. W. z. e.

2. Satz. In jedem, auch nicht gleichſchenkl., rechtwinkl. Dreieck abc Fig. 3. iſt die Winkelſumme $= 180°$.

Beweis. Man nehme auf ac die $ad = ab$, und verlängere beliebig bd bis e und bc bis f, ingleichen ac bis g. Im gegebenen Dreieck bac und im gleichſchenkl. rechtwinkl. bad ſind die Winkelſummen gleich. Denn der rechte Winkel a in beiden bleibt unverändert, der W. abc im gegebenen verändert ſich durch Abgang des W. dbc in den abd des gleichſchenkl. rechtwinkl. Dreiecks bad, und der dritte Winkel acb dieſes letztern oder ſein gleicher Scheitelwinkel feg wird durch Zuſatz eben deſſelben W. dbc zum W. edg oder ſeinem gleichen Scheitelw. $adb = abd$. Da nun nach dem 1. Satz die Winkel im gleichſchenkl. rechtwinkl. Dreick $abd = 180°$ ſind, ſo müſſen ſie es auch im gegebenen ſeyn. W. z. e.

3. Satz. In jedem, auch ſchiefwinkl. Dreieck überhaupt, wie bac Fig. 4. iſt die Summe der Winkel $abc = 180°$.

Beweis. Jedes ſolches Dreieck läßt ſich durch einen Perpendikel aus einem Winkelpunkte auf die gegenüberliegende Seite, wie ad, in zwei rechtwinkl., wie adb und adc, theilen. Die Winkel in jedem ſind aber nach dem 2. Satz zuſammen $= 180°$. Da nun bei der Zuſammenrechnung die gleichen rechten Nebenwinkel bei d als bloſse Hülfswinkel nicht vorkommen, ſo bleiben blos W. abd + W. bad $(= 90°)$ + W. bac + W. acd $(= 90°) = 180°$. W. z. e.

Der Uebergang zur Parallelentheorie und zum Beweiſe des 11. euclidiſchen Axioms im 1. Buch wäre hienach etwa folgender.

Es ſollen zwei neben einander laufende Linien, wie ab und cd Fig. 5., von einer dritten cf ſo geſchnitten werden, daſs die beiden innern Winkel an der einen Seite, wie g und h, zuſammen weniger als zwei Rechte ausmachen, oder ſeyen $= 180° - W. x$; was wird der Erfolg ſeyn? — — —

Beweis des Axioms. Ueber der Grundlinie gh iſt nach dem obigen ein Dreieck mit den Winkeln $g + h + x = 180°$ möglich. Da die Grundlinie deſſelben mit der gegebenen gh, und, wenn die anliegenden Winkel gleich genommen werden, die anliegenden Schenkel mit den gegebenen gb und hd congruiren, ſo muſs auch der Durchſchnittspunkt x im Dreieck, welcher in jedem Schenkel liegt, mit einem gleichen Durchſchnittspunkte der gb und hd zuſammen fallen, oder die gegebenen gb und hd müſſen ſich irgendwo unter einem Winkel $= x$ einander ſchneiden. W. z. e.

X.

Anerbieten an Mineralienſammler von dem Mineralien-Händler Mave in London.

Herr Mave in London (No. 149. Strand), der ſeit vielen Jahren als Mineralien-Händler in England in ausgebreiteten Geſchäften ſteht, und beſtändig einen bedeutenden Vorrath von *engliſchen* und *amerikaniſchen Foſſilien*, ſo wie von den ſchönen aus *Fluſsſpath, Alabaſter* etc. nach Antiken gearbeiteten *Vaſen*, *Schaalen* etc. beſitzt, — wünſcht ſeine Geſchäfte auch auf die Mineralien des feſten Landes von Europa auszudehnen, und ladet deshalb deutſche Mineralogen und Mineralienhändler ein, das, was ſie an *guten Doubletten* entäuſsern können, ihm im Tauſch-Handel gegen andere Mineralien oder die erwähnten Vaſen, Schaalen u. d. m. zu überlaſſen. Es kömmt dabei nicht auf die Gröſse, ſondern nur auf die Schönheit oder den wiſſenſchaftlichen Werth der Stücke an, die man ihm vertauſchen kann. Zu dem Ende erwartet Herr Mave, daſs ihm ein Verzeichniſs, oder auch die Mineralien ſelbſt, mit Angabe des geſchätzten Werthes, (der vorläufig 50 Pfund Sterling nicht überſteigen darf), zugeſchickt werden; im letzten Falle trägt er die etwa zu erhebenden Eingangszölle. Was dagegen der Ueberſender im Tauſch haben will, bleibt ihm überlaſſen zu wählen, ob Vaſen etc., oder Mineralien, und was für Arten der letztern. Herr Mave hofft, meiſtentheils jeder Wahl Genüge leiſten zu können; auch kann er ſich anheiſchig machen, ganze Sammlungen von engliſchen Gebirgsarten zu ſenden. — Herr Mave wird alles aufbieten, um den Erwartungen derer, die ſich mit ihm in dieſes Geſchäft einlaſſen wollen, zu befriedigen.